集合论每条公理背后的意义就不提了（不过我倒是想说Skolem和冯诺依曼的名字应该加进zfc里）。ZFC确实可以不需要那么多公理，有些“公理”是可以被推出的，如果接受逻辑中论域非空的假设的话，有了分离公理，不需要空集公理；而加上空集公理，分离公理可以由替换公理推出。

朴素集合论只有两条公理（模式），但会有矛盾；顺便提一下，罗素的类型论处理可以只有两条公理（模式）；奎因（Quine）的NF（New Foundation）只有两条公理（模式）：

* 外延公理：∀𝑥∀𝑦(∀𝑧(𝑧∈𝑥↔𝑧∈𝑦)→𝑥≡𝑦)
* 分层概括公理：对任意的 𝑘∈𝑁 ，对任意的分层公式 𝜙(𝑥,𝑝1,...,𝑝𝑘) ，有如下公理： ∀𝑝1...∀𝑝𝑘∃𝑦∀𝑥(𝑥∈𝑦↔φ).

不过NF与AC（选择公理）是相矛盾的。

我说一下哥德尔纲领（Godel's Program），它不仅不觉得公理多，它还要求更多公理。

哥德尔和Cohen证明了连续统假设（CH）独立于公理集合论。但哥德尔并不认为连续统假设被解决了（尽管Cohen，作为一个形式主义者，是这样认为的）。他想要提出一些新的、自然的关于集合论的公理，这些公理能被大家接受为不证自明的公理，而且这些公理能够决定CH（或更多的，其它数学命题）的真假，能够让我们更好地确定集合论宇宙的结构（哥德尔本人是一个柏拉图主义者）。

哥德尔已经证明了在V=L的情况下CH是真的，但他并不认为这是一个很好地刻画了集合性质的新公理。因为这实际上是对集合概念的一种“收缩”（L在某种意义上是最小的模型）。Penelope Maddy提出了“最大化原则”：我们要公理应该让我们的集合论宇宙尽可能得更“大”。而且V=L与绝大多数大基数公理相矛盾，因此从集合论学家们的数学实践上来看，也不大可能被接受为“绝对”正确的新公理。不同的集合论学家可能喜欢在不同的集合论工作下工作，例如Jessen喜欢在V=L下工作，而Martin可能喜欢在某些大基数公理下工作。

一些看起来很自然的新公理的候选的例子有

* axiom of symmetry（AS）：for any function 𝑓 mapping reals to countable sets of reals, there are real numbers 𝑥 and 𝑦 such that 𝑦∉𝑓(𝑥) and 𝑥∉𝑓(𝑦) .

这是由Chris Freiling提出的，一个看起来流畅且让人信服的论证是这样的：

我们想象在一个实数镖靶上连续投掷两个飞镖，精确考虑它们的落点。第一个飞镖落在某个位置 𝑥 ，由于 𝑓(𝑥) 是一个可数集合，我们几乎可以肯定第二个飞镖会落在一个不在该集合中的点 𝑦 ，所以几乎可以肯定 𝑦 不在 𝑓(𝑥) 中。但是由于我们考虑飞镖的顺序似乎并不重要，我们通过对称性得出结论，几乎可以肯定 𝑥 也不在 𝑓(𝑦) 中。因此，几乎可以肯定的是，我们的飞镖会落在这样的 𝑥 和 𝑦 的位置，使得满足对称性公理的要求， 𝑦 不在 𝑓(𝑥) 中， 𝑥 不在 𝑓(𝑦) 中……我们不仅有自然的理由期待有一对序列 (𝑥,𝑦) 具有所需的属性，而且更重要的是，我们应该期待几乎所有的有序对都具有所需的属性。“实际上[对称性公理]，比我们的直觉要弱，它并没有说这两个飞镖必须做什么。它所声称的只是，只要事情在我们启发式的想象中无论如何都可以发生，它就可以发生”

而AS是可以很好地决定CH的，因为AS等价于 ¬𝐶𝐻 。

The forward implication is easy, for if CH holds, then there is a well-ordering of R in order type 𝜔1 , and we may consider the function f mapping every real 𝑥 to the initial segment of the order up to 𝑥 , a countable set. The point is that for any two real numbers, either 𝑥 precedes 𝑦 or conversely in the well-order, and so either 𝑥∈𝑦 or 𝑦∈𝑥 , contrary to the axiom of symmetry. So AS implies ¬𝐶𝐻

（以上只论证了AS->\negCH，不过对于决定CH已经足够了）

还有一些命题，虽然决定不了CH，但看起来是很自然，但是又不能为集合论的公理所推出来的，例如

* |𝑋|<|𝑌|→|𝜌(𝑋)|<|𝜌(𝑌)| （如果一个集合X的基数小于Y的基数，那么它的幂集的基数也小于Y的幂集的基数）

参考

Notre Dame Journal of Formal Logic Volume 56, Number 1, 2015, Is the Dream Solution of the Continuum Hypothesis Attainable?, Joel David Hamkins

[Axiom of Symmetry, aka Freiling's argument against CH](https://mathoverflow.net/questions/49721/axiom-of-symmetry-aka-freilings-argument-against-ch)

[What are some reasonable-sounding statements that are independent of ZFC?](https://mathoverflow.net/questions/1924/what-are-some-reasonable-sounding-statements-that-are-independent-of-zfc)